

6. Алгоритмизация. Формальные исполнители (21 балл)
[Роботы]

Два робота, А и В, двигаются в горизонтальном тоннеле, разбитом на Z равных клеток. Клетки пронумерованы слева направо от 1 до Z соответственно. В начальный момент времени робот А находится в клетке 1, а робот В – в клетке Z . Роботы совершают поочередные ходы внутри тоннеля. Первым совершает ход робот А.

Ход каждого робота состоит из двух движений. Один ход робота А подразумевает движение на 5 клеток вправо, а затем движение на 2 клетки влево. Один ход робота В подразумевает движение на 4 клетки влево, а затем движение на 2 клетки вправо.

Столкновением будем считать ситуацию, когда в результате или во время своего движения робот оказывается на клетке, в которой в этот момент времени находится другой робот.

Какое минимальное значение может иметь величина Z , если столкновение произошло в клетке с номером 26? В ответе укажите целое число. В случае если столкновение в указанной клетке невозможно ни при каком Z , в ответе указать 0.

Решение.

Ход каждого робота может условно быть разбит на прямое движение (навстречу другому роботу) и обратное (в противоположную сторону). При этом значение Z , фактически определяющее длину тоннеля, достигает минимального значения при условии, что столкновение между роботами произошло за минимально возможное количество ходов.

Столкновение в заданной клетке возможно в двух случаях:

- а) Робот А, исполнив i полных ходов, находится в клетке с номером 26, а робот В, исполнив $i-1$ полных ходов, достигает клетки с номером 26, совершая прямое движение i -го хода.
- б) Робот В, исполнив i полных ходов, находится в клетке с номером 26, а робот А, исполнив i полных ходов, достигает клетки с номером 26, совершая прямое движение $(i+1)$ -го хода.

1. Проверим возможность выполнения случая а). Данный случай может быть реализован, если между клетками 1 и 26 укладывается целое число ходов робота А, т.е. если уравнение вида

$$26 - 1 = (5 - 2) \cdot i$$

может иметь целое решение. Из уравнения очевидно, что данное условие не выполняется, следовательно, в рассматриваемой задаче имеет место столкновение по случаю b).

2. Т.к. столкновение происходит по случаю b), определим минимальное число ходов, за которое робот А способен достичь клетки с индексом 26. В этом случае робот должен достигнуть указанной клетки, совершив i целых ходов и начав совершать прямое движение $(i+1)$ -го хода, т.е.:

$$1 + (5 - 2) \cdot i + 5 \geq 26$$

$$3 \cdot i \geq 20 \Rightarrow i \geq 6\frac{2}{3}.$$

Минимальное целочисленное i , для которого выполняется указанное условие, составляет 7. Следовательно робот А совершит 7 полных ходов и столкнется с роботом В, совершая прямое движение своего восьмого хода. Следовательно, на момент завершения седьмого хода робот В находится на клетке номер 26. Тогда начальное положение робота В, обозначенное нами как Z , может быть однозначно определено из уравнения:

$$Z - (4 - 2) \cdot 7 = 26$$

$$Z = 40$$

3. Осуществим проверку решения на предмет отсутствия предварительных столкновений. Для этого составим таблицу ходов обоих роботов:

Ход робота А	Положение робота А	Положение робота В	Ход робота В
0	1	40	
	6	40	0
1	4	36	
	9	38	1
2	7	34	
	12	36	2
3	10	32	
	15	34	3
4	13	30	

	18	32	4
5	16	28	
	21	30	5
6	19	26	
	24	28	6
7	22	24	
	27	26	7
8	25		

В таблице номер клетки положения робота В вплоть до конца седьмого хода превышает номер клетки положения робота А, следовательно, до седьмого хода столкновения не происходит, и полученное решение является верным.

Ответ: 40.