РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

1. Кинематика

Выбрать систему отсчета (тело отсчета, систему координат и начало отсчета времени). При выборе направлений координатных осей следует учитывать направление векторов перемещений, скоростей и ускорений. Изобразить траекторию движения частицы (материальной точки) в выбранной системе отсчета, показать на рисунке направления векторов перемещений, скоростей и ускорений.

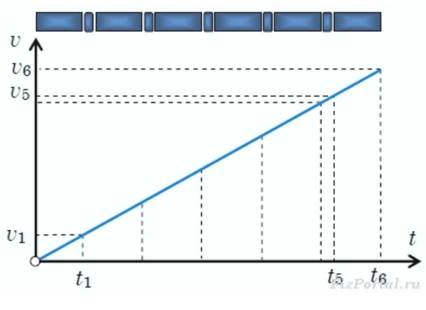
Записать закон движения и вытекающие из него уравнения в векторной форме (например, для материальной точки, временные зависимости радиус-вектора $r = r(t)$ и скорости движения $v = v(t)$, а затем записать эти уравнения в проекциях на оси координат и получить систему уравнений в скалярной форме. В случае необходимости дополнить полученную систему уравнений соотношениями, вытекающими из условия задачи, решить эту систему уравнений и определить искомые величины.

При графическом решении задачи использовать графики зависимости координат или скорости (перемещения или пути) от времени, определить на основании этих графиков неизвестные величины. Следует помнить, что графические зависимости кинематических величин могут оказаться очень полезными как при анализе условия задачи, так и при проверке результатов ее решения.

Задача №1

Наблюдатель стоит на платформе около передней площадки вагона электропоезда и замечает, что первый вагон проходит мимо него после начала равноускоренного движения за 5 с. Определите время, за которое пройдет мимо наблюдателя шестой вагон, если длина каждого вагона равна 15 м, а расстояние между вагонами 1,5 м.

<u>*Решение.*</u>



Для наглядности и лучшего понимания построим график зависимости скорости от времени. Учитывая, что $v_o = 0$, графиком уравнения скорости от времени будет прямая проходящая через начало координат

Площадь под графиком скорости численно равна пройденному пути. Для первого вагона

$$L = \frac{v_1 t_1}{2} = \frac{a t_1 t_1}{2} = \frac{a t_1^2}{2} \qquad (1)$$

Время t_5 найдем из следующих соображений, что за это время поезд прошел расстояние равное 5 вагонам и 5 промежуткам между ними $S_5 = 5L + 5l = 5(L + l)$.

Следовательно,

$$S_5 = 5(L + l) = \frac{at_5^2}{2} \qquad (2)$$

Разделим (2) на (1)

$$\frac{5(L+l)}{L} = \frac{at_5^2 2}{2\,at_1^2} = \frac{t_5^2}{t_1^2} \quad \text{и} \quad t_5 = t_1\sqrt{\frac{5(L+l)}{L}} \qquad (3)$$

Аналогично рассуждаем для шестого вагона, поезд пройдет расстояние равное 6 вагонам и 5 промежуткам между ними

$S_6 = 6L + 5l$, и

$$S_6 = 6L + 5l = \frac{at_6^2}{2} \qquad (4)$$

Разделим (4) на (1)

$$\frac{6L+5l}{L} = \frac{at_6^2 2}{2at_1^2} = \frac{t_6^2}{t_1^2}, \text{ и } t_6 = t_1\sqrt{\frac{6L+5l}{L}}. \ (5)$$

Теперь найдем промежуток времени движения 6-го вагона

$$t_6 - t_5 = t_1\left(\sqrt{\frac{6L+5l}{L}} - \sqrt{\frac{5(L+l)}{L}}\right).$$

Подставим численные значения и получим ответ

$$\Delta t = t_6 - t_5 = 5\left(\sqrt{\frac{6\cdot 15 + 5\cdot 1{,}5}{15}} - \sqrt{\frac{5(15+1{,}5)}{15}}\right) \approx 1 \text{ с}.$$

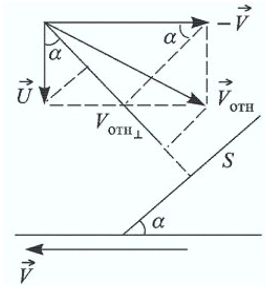
Задача № 2

Автомобиль, движущийся по горизонтальной дороге, попадает в полосу дождя, капли которого падают на землю вертикально с постоянной скоростью. Известно, что при скорости автомобиля v_1 = 36 км/ч в его наклонное лобовое стекло попадает n_1 = 200дождевых капель в секунду, а при скорости v_2 = 72 км/ч это число возрастает до n_2 = 300 капель в секунду. Сколько капель n_o будет попадать в лобовое стекло за 1 с, если автомобиль остановится?

Решение.

Используя рассуждения, проводимые при выводе основного уравнения молекулярно-кинетической теории идеального газа, находим, что число капель, попадающих за 1 секунду на ветровое стекло автомобиля, $n = NSv_{отн.\perp}$,

где N − число капель в единице объема, S − площадь стекла, $v_{отн.\perp}$ − проекция скорости капель относительно автомобиля на нормаль к стеклу.



По закону сложения скоростей

$v_{отн.} = u - v$,

где u и v − скорости капель и автомобиля относительно земли (см. рисунок).

Обозначив через α угол наклона ветрового стекла и используя известное из геометрии утверждение о том, что проекция суммы векторов на какое-либо направление равна сумме проекций векторов на это направление, находим, что

$v_{отн.\perp} = u\cos\alpha + v\sin\alpha$.

Следовательно, справедливы следующие равенства:

$n_1 = NS(u\cos\alpha + v_1\sin\alpha)$, $n_2 = NS(u\cos\alpha + v_2\sin\alpha)$, $n_o = NSu\cos\alpha$.

Умножая первое соотношение на v_2, а второе на v_1 и вычитая одно из другого, получаем: $NSu\cos\alpha = (n_1v_2 - n_2v_1)/(v_2 - v_1)$.

Выражаем искомое и получаем ответ

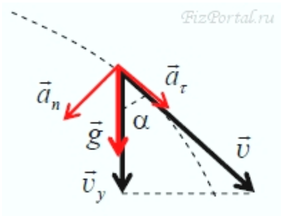
$n_o = (n_1v_2 - n_2v_1)/(v_2 - v_1) = 100$ капель/с.

Задача № 3

Тело брошено горизонтально. Через 3 с после броска угол между направлением полной скорости и направлением полного ускорения стал равным 60°. Определите величину полной скорости тела в этот момент времени.

Решение

При движении по криволинейной траектории изменение величины скорости (вектора скорости), за промежуток времени, характеризуется тангенциальным (нормальным) ускорениями. Векторная сумма этих ускорений дает полное ускорение – ускорение свободного падения (см. рис.).



Понимание этого – это пол задачи. Дальше просто. В прямоугольном треугольнике скоростей $v\cos\alpha = v_y = gt$.

Откуда $v = gt/\cos\alpha$

Рассчитаем значение полной скорости $v = 10 \times 3/\cos 60° = 60$ м/с

При движении тела по окружности одну из координатных осей удобно направить по направлению нормального (центростремительного) ускорения, т. е. к центру окружности. Записать в векторной форме второй закон Ньютона для каждого тела в отдельности: $ma = F$, затем записать это уравнение в проекциях на оси координат и получить систему уравнений в скалярной форме. В случае необходимости использовать формулы кинематики и законы сохранения, решить полученную систему уравнений и определить искомые величины.

3. Законы сохранения в механике

При решении задач на закон сохранения импульса рекомендуется сделать рисунок, указать на нем все силы, действующие на тела, входящие в рассматриваемую систему, изобразить на нем импульсы (или скорости) для всех тел системы до и после взаимодействия, выбрать систему отсчета, определить направления координатных осей. Если система тел, рассматриваемая в задаче, замкнутая, или взаимодействие тел системы происходит очень быстро (взрыв, удар, выстрел), то необходимо использовать закон сохранения импульса и энергии $\Delta p = F \cdot \Delta t$, если система тел незамкнутая. Записать векторные уравнения в проекциях на оси координат и получить систему уравнений в скалярной форме. При этом необходимо следить, чтобы импульсы всех тел были выражены в одной системе отсчета. В случае необходимости использовать кинематические и динамические уравнения, решить полученную систему уравнений и определить искомые величины. При решении задач на закон сохранения энергии рекомендуется сделать рисунок, выбрать уровень отсчета потенциальной энергии, изобразить на рисунке все силы, действующие на тела системы, а также скорости (импульсы) тел и их расположение в начальном и конечном состояниях, выбрать систему отсчета, определить направление координатных осей. Если система тел замкнута или в ней действуют только потенциальные силы, то при изменении состояния системы нужно использовать закон сохранения механической энергии: $E_{\text{нач. сост.}} = E_{\text{конечн. сост.}}$, где фигурирует полная энергия $E = E_{к} + U$ — сумма кинетической Eк и потенциальной U энергий системы. Если при переходе системы из начального состояния в конечное на тело действовали внешние силы, а внутри системы присутствуют силы трения между отдельными телами, уместен закон изменения механической энергии системы: $\Delta E = A + A_{тр}$, где ΔE — изменение полной механической энергии системы, A — работа внешних сил, $A_{тр}$ — работа сил трения. При необходимости дополнить полученные уравнения кинематическими или динамическими соотношениями, решить эти уравнения и определить искомые величины.

4. Элементы статики и гидростатики

При решении задач на равновесие тел рекомендуется сделать рисунок, показать все силы, действующие на тело (или тела системы), находящиеся в положении равновесия, выбрать систему координат и определить направление координатных осей. Для тела, не имеющего оси вращения, записать первое условие равновесия в векторной форме: $\sum F_i = 0$, затем записать это условие равновесия в проекциях на оси координат и получить уравнение в скалярной форме. Для тела, с закрепленной осью вращения, следует определить плечи всех сил относительно этой оси и использовать второе условие равновесия(правило моментов): и моментов сил$\sum M_i = 0$,

учитывая при этом знаки (+ или —). При определении центра тяжести тела или системы жестко связанных между собойтел использовать правило моментов, предполагая при этом, что ось вращения проходит через центр тяжести. Если из условия задачи следует, что ось вращения тела не закреплена, то необходимо использовать оба условия равновесия. При этом положение оси вращения следует выбирать так, чтобы через нее проходило наибольшее число линий действия известных сил. Решить полученную систему уравнений и определить искомые величины. При решении задач на равновесие жидкостей и газов нужно сделать рисунок, показать на нем все равновесные уровни жидкости, которые она занимала в разных состояниях,изобразить границы раздела различных жидкостей (если это необходимо по условию задачи). Выбрать нулевой (горизонтальный) уровень для отсчета высот столбов различных жидкостей. Обычно его выбирают так, чтобы он проходил по нижней границе раздела сред. Записать условие равновесия жидкости $p_i = p_k$, где p_iи p_k— полные (суммарные) давления внутри жидкости в точках i и k, расположенных на одном горизонтальном уровне в покоящейся жидкости. Если до установления равновесия происходило переливание жидкости из одной части сосуда в другую, то к условию равновесия следует добавить условие несжимаемости жидкости $\Delta V_1 = \Delta V_2$, где ΔV_1 — уменьшение объема жидкости в одной части сосуда и ΔV_2 — увеличение его в другой части сосуда. Решить полученную систему уравнений и определить искомые величины. При решении задач, в которых рассматривается равновесие или движение твердых тел в жидкости и газе, следует учесть закон Архимеда и использовать рекомендации, приведенные в начале данного раздела.

Задача № 1

Цилиндрический колокол для подводных работ высотой $h = 2$ м опускается вверх дном с борта катера на дно водоема глубиной $H = 3$ м. Найдите толщину воздушной подушки, образовавшейся у «потолка» колокола к моменту его касания дна водоема. Температуру считайте постоянной.

Решение

Пусть x –толщина воздушной прослойки» когда колокол коснулся дна. Тогда, согласно закону Бойля − Мариотта,

$p_oh = (p_o + (H - (h - x))\rho g)x$.

Учитывая, что начальное атмосферное давление p_o равно давлению слоя воды толщиной $H_o = 10{,}5$ м, имеем для определения x квадратное уравнение $x^2 + (H + H_o - h)x - H_oh = 0$,

откуда находим $x = 196$ м.

Характерная ошибка при решении этой задачи, состоит в том, что не учитывается давление слоя воды, зашедшей в колокол, и считается конечное давление в нем равным $p_o + \rho gH$.

При малой глубине водоема указанная поправка оказывается заметной величиной.

Задача № 2

В последние годы популярность приобретает катание на воздушных шарах. Воздух в таком шаре нагревается с помощью газового факела, расположенного у отверстия в нижней части шара. Какую температуру должен иметь воздух в шаре, чтобы поднять двух человек? Масса людей, оболочки шара, корзины и баллона с газом составляет $m = 420$ кг, диаметр шара $D = 20$ м, температура окружающего воздуха $t_o = +17$ °C, средняя молярная масса воздуха$M = 29$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль•K), атмосферное давление $p = 10^5$Па.

Решение

По закону Архимеда вес шара mg численно равен выталкивающей силе: $mg = (\rho_{сн} - \rho_{вн})Vg$,

где $\rho_{сн}$ и $\rho_{вн}$ − плотность воздуха снаружи и внутри оболочки объема $V = \pi D^3/6$.

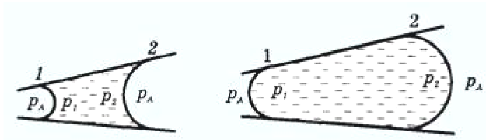
С помощью уравнения состояния $p = \rho RT/M$ находим

$$m = (\rho VM/R)(1/T_{сн} - 1/T_{вн}).$$

Отсюда получаем, что температура внутри шара
$T_{вн} \approx 316$ K ≈ 43 °C.

Задача № 3 (МГУ)

Куда будет двигаться в горизонтальном коническом капилляре капля смачивающей жидкости? Капля несмачивающей жидкости?



Решение

Для случая смачивания форма капли показана на левом рисунке. Очевидно, радиус кривизны сферического мениска 1 меньше радиуса кривизны мениска 2, т. е. $r_1 < r_2$. Давление в жидкости у менисков соответственно: $p_1 = p_a - 2\sigma/r_1$, $p_2 = p_a - 2\sigma/r_2$
(здесь p_a – атмосферное давление).

Очевидно, $p_1 < p_2$. Жидкость будет перетекать в сторону более низкого давления; значит, капля втягивается в более узкую часть капилляра. С «энергетической» точки зрения такое поведение жидкости обусловлено тем, что она «стремится» увеличить площадь соприкосновения со смачиваемой поверхностью.

В случае несмачивания (см. правый рисунок)

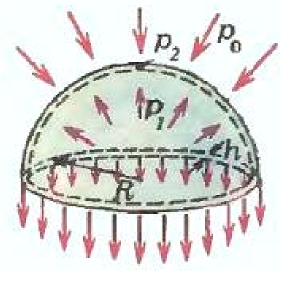
$p_1 = p_a + 2\sigma/r_1$, $p_2 = p_a + 2\sigma/r_2$.

Капля будет перемещаться в более широкую часть капилляра, поскольку $p_1 > p_2$.

Заметим, что рассмотрение сил, действующих вдоль окружностей с радиусами r_1 и r_2, привело бы к противоположному (неправильному!) ответу. Дело в том, что стенки капилляра действуют и на боковую поверхность жидкости: «тянут» ее в случае смачивания и «отталкивают» в случае несмачивания.

Задача № 4

Внешний радиус мыльного пузыря R, толщина его стенки h. Чему равно давление воздуха внутри пузыря? Чему равно давление в толще мыльной пленки? Считать, что пленка тонкая ($h << R$). Давление воздуха вне пузыря p_o. Коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора σ.



Решение

Хорошо знакомая всем сферическая форма мыльных пузырей обусловлена действием сил поверхностного натяжения. Действительно, если потенциальной энергией мыльной пленки в поле тяжести можно пренебречь по сравнению с ее поверхностной энергией (для тонких пленок это как раз имеет место), то последняя и будет ответственна за наблюдаемую геометрию. Но при неизменном объеме воздуха, содержащегося внутри пузыря, фигурой с наименьшей площадью поверхности будет шар. Следовательно, в равновесном состоянии пленка будет иметь форму сферической оболочки.

Разобьем (мысленно) сферическую оболочку на две равные половины и рассмотрим одну из них (рис.). Запишем условие равновесия внешней и внутренней полусферических поверхностей. На внешнюю (радиусом R) действуют сила внешнего давления $F_1 = p_o\pi R^2$ (покажите это самостоятельно), направленная вниз, сила поверхностного натяжения $F_2 = \sigma \bullet 2\pi R$,

направленная вниз, и противодействующая им направленная вверх сила давления сжатой жидкости (изогнутой жидкой пленки) $F_3 = p_2\pi R^2$.

Равновесие пленки означает, что $F_1 + F_2 - F_3 = 0$,

т. е. $p_o\pi R^2 + 2\pi R\sigma = p_2\pi R^2$,

откуда получаем искомое давление в толще пленки:

$p_2 = p_o + 2\sigma/R$.

На внутреннюю поверхность действуют сила давления жидкой пленки, направленная вниз и равная $F_4 = p_2\pi(R - h)^2$,

сила поверхностного натяжения $F_5 = \sigma \bullet 2\pi(R - h)$,

направленная вниз, и направленная вверх сила давления воздуха внутри пузыря $F_6 = p_1\pi(R - h)^2$.

Условие равновесия внутренней поверхности дает, что

$F_4 + F_5 - F_6 = 0$,

откуда находим давление воздуха внутри пузыря:

$p_1 = p_2 + 2\sigma/(R - h)$.

или $p_1 = p_o + 2\sigma(1/R + 1/(R - h))$.

5. Основы молекулярно-кинетической теории. Идеальный газ

Использовать уравнение Менделеева-Клапейрона, если состояние газа не меняется. Если при этом давление p и объем газа V не заданы, то их следует выразить через величины, заданные в условии задачи. Если в задаче рассматривается несколько состояний газа, то параметры этих состояний обозначают следующим образом: 1-е состояние: M_1, p_1, V_1, T_1; 2-е состояние: M_2, p_2, V_2, T_2и т.д., а затем используют для каждого из состояний уравнение Менделеева-Клапейрона (если масса газа M изменяется) или уравнение Клапейрона $p_1 V_1 = p_2 V 2$ (если масса газа $T_1 T_2$ не изменяется). Если один из параметров газа остается постоянным и масса газа не меняется, то используют один из законов идеального газа: Бойля-Мариотта (при T = const) или Гей-Люссака (при p = const) или Шарля (при V = const). Использовать вышеприведенные рекомендации при решении задач, в которых рассматриваются процессы, связанные с изменением состояний нескольких газов. При этом все названные действия следует проделать для каждого газа отдельно. Решить полученные уравнения, дополненные в случае необходимости другими соотношениями, которые следуют из условия задачи, и найти искомые величины.

6. Тепловые явления (элементы термодинамики)

Установить, какие тела входят в рассматриваемую термодинамическую систему, а также выяснить, что является причиной изменения внутренней энергии тел системы. В случае адиабатически изолированной замкнутой системы следует установить, у каких тел системы внутренняя энергия увеличивается, а у каких уменьшается. Выяснить, происходят ли в системе тел фазовые переходы (испарение или конденсация, плавление или кристаллизация). При этом нужно использовать график зависимости изменения температуры тел от количества теплоты, полученной или отданной при теплообмене: $T = f(Q)$. Составить уравнение теплового баланса $\sum Q_i = 0$, при этом следует помнить, что в эту сумму слагаемые, соответствующие теплоте плавления твердых тел или теплоте парообразования жидкостей, входят со знаком «+», а слагаемые, соответствующие теплоте кристаллизации твердых тел или теплоте конденсации пара, — со знаком «—».При рассмотрении процессов, в которых происходят теплообмен с окружающей средой и совершается механическая работа, первый закон термодинамики записывается в виде $Q = \Delta U + A$, где Q — количество теплоты, сообщенное системе, ΔU — изменение ее внутренней энергии, A — работа, совершаемая системой.

Задача № 1 (НГУ)

В прямоугольном закрытом сосуде длиной 2l с непроницаемыми стенками находится слева тяжелая жидкость, например, ртуть, отделенная подвижным тонким поршнем от воздуха в правой части сосуда. В начальный момент поршень находится в равновесии и делит объем сосуда пополам. На сколько смещается поршень вправо, если абсолютная температура системы уменьшается в три раза? Тепловым расширением ртути и стенок сосуда, а также трением пренебречь.

<u>Решение</u>

Введем искомое смещение x, высоту сосуда H_1, конечный уровень ртути H_2, начальное давление воздуха p_1, конечное p_2, d − удельный вес ртути. Условие сохранения объема ртути: $H_1 l = H_2(l + x)$.

Из условия равновесия вначале $p_1H_1 = p_{cp1}H_1 = d(H_1/2)H_1 = (d/2)H_1^2$

и в конце $p_2H_1 = p_{cp2}H_1 = d(H_2/2)H_2 = (d/2)H_2^2$

имеем $p_1/p_2 = (H_1/H_2)^2$.

Используя уравнение газового состояния, получаем

$p_1/p_2 = T_1V_2/(T_2V_1) = T_1(l - x)/(T_2 l) = 3(l - x)/l =$

$=(H_1/H_2)^2 = [(l + x)/l]^2$.

Отсюда $x = [(\sqrt{33} - 5)l/2]$.

Задача № 2 (МИФИ)

Внутри трубы, наполненной воздухом и закрытой с обоих торцов, может скользить без трения поршень массой m = 4 кг, плотно прилегающий к стенкам трубы. Площадь поршня S = 200 см^2. Определить отношение объемов воздуха в трубе по обе стороны от поршня при ее соскальзывании по наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол $\alpha = 60°$. Коэффициент трения между трубой и наклонной плоскостью $k = 0,25$. Известно, что в горизонтально лежащей трубе поршень занимает среднее положение, при этом, давление воздуха в трубе $p = 1,25 \times 10^3$ Н/м^2. Температура воздуха в трубе постоянна.

Решение

Из уравнения движения системы тел труба – поршень по наклонной плоскости определяем их ускорение a:

$a = g(\sin\alpha - k\cos\alpha)$. (1)

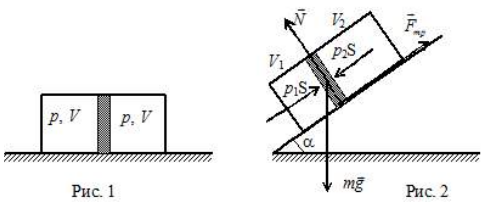


Рис. 1 Рис. 2

Запишем уравнение движения поршня вдоль наклонной плоскости (см. рис.):

$ma = mg\sin\alpha - (p_1 - p_2)S$. (2)

На основании закона Бойля – Мариотта

$p_1V_1 = pV$, (3) $p_2V_2 = pV$. (4)

(Введенные в соотношениях (1) − (4) обозначения ясны из рисунков 1, 2)

Из системы уравнений (1) − (4) с учетом того, что $V_1 + V_2 = 2V$,

находим искомое отношение объемов V_2/V_1:

$V_2/V_1 = \eta + \sqrt{\eta^2 + 1} \approx 1,2$, где $\eta = kmg\cos\alpha/(pS) \approx 0,2$.

Ответ: $V_2/V_1 \approx 1,2$.

Задача № 10

В высокий цилиндрический сосуд с внутренним диаметром $D = 7$ см налито $m = 50$ г воды. В сосуд медленно опускают подвешенный на нити стержень массой $M = 5$ кг, имеющий форму прямого кругового цилиндра длиной $L = 218,3$ см. Плотность материала стержня $\rho = 600$ кг/м^3. Оси сосуда и стержня вертикальны и совпадают. Найдите изменение силы натяжения подвеса, когда расстояние между нижним основанием стержня и дном сосуда станет равным $h = 3$ мм, по сравнению со случаем, когда стержень еще не касался воды.

Решение

Изменение силы натяжения подвеса, после того как стержень коснется поверхности воды, обусловлено действием сил со стороны воды на стержень. Поскольку диаметр стержня равен $d = 2\sqrt{M/(\pi\rho L)}$, толщина зазора между стенками цилиндра и стержнем составляет $\delta = 0,5(D - d) \approx 0,1416$ мм

(оси стержня и цилиндра совпадают) и высота столба воды, отсчитываемая от нижнего основания стержня, при заданной толщине слоя воды между нижним основанием стержня и дном цилиндра (без учета капиллярных явлении) равна

$H = [m/\rho_в - 0,25\pi D_2h]/[0,25\pi(D_2 - d_2)] \approx 1,238$ м,

где $\rho_в = 1$ г/см^3 − плотность воды. Так как в условии задачи не оговорено иное, будем считать, что цилиндр покоится относительно лабораторной системы отсчета и эту систему можно считать инерциальной. Тогда сила натяжения подвеса (считая величину ускорения свободного падения равной g

$= 9{,}81$ м/с^2) уменьшится, без учета сил поверхностного натяжения, на величину $\Delta F = 0{,}25\pi d^2\rho_в gH = Mg(4m - \pi D^2 h\rho_в)/(\pi D^2 L\rho - 4M)$.
После вычислений $\Delta F \approx 0{,}9448Mg \approx 46{,}34$ Н.
Как известно, давление под искривленной поверхностью жидкости за счет действия сил поверхностного натяжения при условии смачивания стенок меньше (а несмачивания – больше) давления над плоской поверхностью при тех же внешних условиях на величину, определяемую формулой Лапласа:
$\Delta p = (1/R_1 + 1/R_2)\sigma$,
где R_1 и R_2 − так называемые главные радиусы кривизны поверхности, аσ − коэффициент поверхностного натяжения. В рассматриваемом случае при полном смачивании или несмачивании цилиндра и стержня $R_1 = \delta/2$, а $R_2 \approx D/2$. Поскольку $D \geq \delta$, максимальная поправка на изменение силы натяжения подвеса, обусловленная действием сил поверхностного натяжения, при заданном погружении цилиндра должна быть равна
$F_n = (2\sigma/\delta)(\pi d^2/4) = [4\sigma/(D\sqrt{M/(\pi\rho L)}] \times [M/(\rho L)] \approx 3{,}92$ Н.
(коэффициент поверхностного натяжения воды при температуре $t = 20$ °C и давлении $p = 760$ мм рт. ст. равен $\sigma \approx 0{,}0728$ Н/м). В этом расчете мы не учитывали силу, с которой на цилиндр действует верхняя кромка жидкости: при смачивании – вниз, а при несмачивании – вверх. Читатель может убедиться самостоятельно, что величина этой силы составляет долю $2\delta/d$ от величины F_n, т.е. приблизительно 0,4 %.
Итак, в зависимости от степени смачивания цилиндра и стержня водой сила натяжения подвеса может уменьшиться на любую величину от $\Delta F - F_n \approx 42{,}4$ Н до $Mg \approx 49{,}05$ Н
(нить не может давить на стержень). В последнем случае необходимо считать, что $R_1 > \delta/2$, т.е. модуль косинуса краевого угла отличен от единицы. Следует отметить, что при решении данной задачи было необходимо правильно выбрать точность числовых расчетов.

7. Электростатика

Сделать рисунок, показать на нем заряды, проводники, емкости. Изобразить направление силовых линий электрических полей, а также все силы, действующие на заряженные тела. Определять силу взаимодействия между зарядами по закону Кулона только в том случае, если заряды можно считать точечными. Для определения числовых значений зарядов после соприкосновения заряженных тел применять закон сохранения электрических зарядов. При действии на заряженное тело нескольких сил или полей применять принцип суперпозиции. В случае равновесия системы заряженных тел использовать для каждого из них общие условия равновесия ($\sum F_i = 0$, $\sum M_i = 0$). При расчете перемещений, скоростей, ускорений и масс электрических зарядов использовать формулы кинематики, второй закон Ньютона и закон сохранения энергии.

Задача № 1

Два одинаковых точечных заряда q_1 = 2 нКл находятся в воздухе на расстоянии r = 15 см друг от друга. С какой силой они действуют на заряд q_2 = 6 нКл, находящийся на таком же расстоянии от каждого из них?

Решение

По условию задачи, заряд q_2 находится на таком же расстоянии от каждого из зарядов q_1 и q_2. Это означает, что заряды расположены в вершинах равностороннего треугольника. Так как заряды q_1 и q_2 одноименные, то между ними существует сила отталкивания F1, которую мы определяем по закону Кулона:

$F_1 = kq_1q_2/r^2$. (1)

Здесь надо помнить, что физические величины бывают векторными и скалярными. Векторные физические величины мы сначала складываем векторно, воспользовавшись, например, правилами треугольника или параллелограмма, а затем, используя математические теоремы, правила находим скалярное значение, результирующий вектор. Или иначе говоря, воспользуемся принципом суперпозиции векторов сил: сила, действующая на точечный заряд q_2 со стороны системы зарядов q_1, q_1 равна сумме сил, действующих со стороны каждого из зарядов q_1, q_2. Подчеркнем, что формула закона Кулона выражает справедливость принципа суперпозиции, который является обобщением экспериментальных фактов. Принцип суперпозиции выражает независимость сил электростатических взаимодействий, взаимодействие с одним зарядом, никак не влияет на взаимодействие с остальными. Воспользовавшись правилом параллелограмма, достроив на векторах сил F_1 параллелограмм, проведем диагональ этого параллелограмма и получим результирующий вектор, действия сил F_1 и F_1 как результат взаимодействия зарядов. Чтобы найти модуль этой силы, используем теорему косинусов для параллелограмма

$$\mathrm{F} = \sqrt{F_1^2 + F_1^2 + 2F_1F_1\cos\alpha} = \sqrt{F_1^2 + F_1^2 + 2F_1^2} = \sqrt{3F_1^2} = F_1\sqrt{3}$$

Здесь $\cos\alpha = 1/2$, так как угол между векторами сил F_1 и F_1 равен 60°, смотри условие задачи, а F_1 выражаем по формуле (1).

Окончательно, $F = \sqrt{3}kq_1q_2/r^2$.

Подставим численные значения

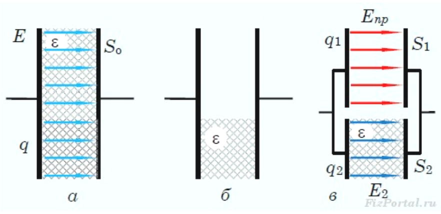
$F = \sqrt{3} \times 9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-9} \times 6 \times 10^{-9}/(0{,}15)^2 = 8 \times 10^{-6}$ Н.

Задача № 2

Плоский конденсатор, пространство между пластинами которого заполнено керосином (ε = 2), расположен вертикально, заряжен и отключен от источника напряжения. Напряженность электрического поля при этом в керосине E = 20 кВ/см. Из-за дефекта в корпусе конденсатора керосин начинает вытекать, а его место занимает воздух. Предельная напряженность электрического поля в воздухе, при которой наступает электрический пробой (разряд), $E_{пр}$ = 30 кВ/см. Какая доля β керосина вытечет из конденсатора к моменту пробоя конденсатора?

(Источник: Электродинамика. Мякишев. 10-11 класс. Упражнение 4. №5)

<u>*Решение*</u>



После отключения заряженного конденсатора от источника у него сохраняется постоянным накопленный заряд. При вытекании керосина из конденсатора происходит перераспределение зарядов на обкладках. Запишем закон сохранения заряда для случая а) и в): $q = q_1 + q_2$ (1)

Разность потенциалов между обкладками сохраняется постоянной, как между параллельно соединенными конденсаторами (см. рис. в).

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} \qquad (2)$$

Выразим из второго уравнения заряд q_2, подставим в первое уравнение и выразим заряд на воздушном конденсаторе q_1

$$q_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} q \qquad (3)$$

Напряженность в воздушном конденсаторе (см. рис. в), при достижении состояния пробоя

$$E_{пр} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q_1}{\varepsilon_0 S_1} \qquad (4)$$

Учтем, что первоначально заряд на конденсаторе

$$E = \frac{\sigma_0}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 S_0} \quad \text{и} \quad q = \varepsilon\varepsilon_0 S_0 E \qquad (5)$$

Сделаем замену (3) и потом (5) в уравнение (4)

$$E_{пр} = \frac{\sigma}{\varepsilon_o} = \frac{C_1}{\varepsilon_o S_1 (C_1 + C_2)} q = \frac{\varepsilon\varepsilon_o S_o E C_1}{\varepsilon_o S_1 (C_1 + C_2)}. \ (6)$$

Емкость плоского конденсатора

$$C_1 = \frac{\varepsilon_o S_1}{d}, \ C_2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_o S_2}{d}. \ (7)$$

В уравнении (6) заменим емкости

$$E_{пр} = \frac{\varepsilon S_o E \varepsilon_o}{(\varepsilon_o S_1 + \varepsilon\varepsilon_o S_2)}. \ (8)$$

Перепишем уравнение (8)

$$E_{пр} = \frac{\varepsilon E}{\left(\frac{S_1}{S_o} + \varepsilon \frac{S_o - S_1}{S_o}\right)}. \ (9)$$

Для определения доли β керосина, который вытек из конденсатора к моменту пробоя надо найти отношение объемов

$$\beta = \frac{V_1}{V_0} = \frac{S_1 d}{S_0 d} = \frac{S_1}{S_0}$$

Тогда уравнение (9)

$$E_{пр} = \frac{\varepsilon E}{\beta + \varepsilon(1-\beta)} = \frac{\varepsilon E}{\beta(1-\varepsilon)+\varepsilon}.$$

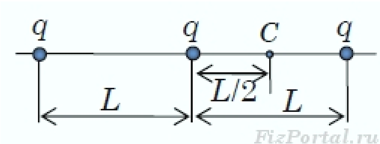
Выражаем искомую β из последнего уравнения

$$\beta = \frac{\varepsilon\left(E_{пр} - E\right)}{E_{пр}(\varepsilon - 1)}$$

Подставим в конечную формулу численные значения и найдем долю β вытекшего керосина к моменту пробоя воздушного конденсатора

$$\beta = \frac{2\times(30\frac{В}{см} - 20\frac{В}{см})}{30\frac{В}{см}\times(2-1)} = \frac{2}{3}.$$

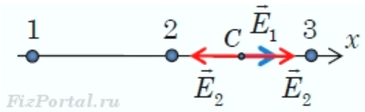
Задача № 3



Три равных по величине и знаку заряда q = 1 нКл расположены в вакууме вдоль прямой на одинаковых расстояниях L = 20 см друг от друга. Модуль напряженности электрического поля, созданного этими зарядами, в точке C (см. рис.) равен … В/м.

Решение

Если в данной точке пространства различные заряды создают электрические поля, напряженности которых $\overrightarrow{E_1}, \overrightarrow{E_2}, \overrightarrow{E_3}$, ...и т. д., то результирующая напряженность поля в этой точке равна



$$\overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} + \overrightarrow{E_3} = \vec{E} \qquad (1)$$

Проекция результирующего вектора напряженности в точке C

$$E = E_1 + E_2 - E_2 = E_1$$

Напряженность поля 1-го точечного заряда на расстоянии L + L/2 = 3L/2 равна

$$E = E_1 = \frac{kq}{(3L/2)^2} = \frac{4q}{4\pi\varepsilon_o 9L^2} = \frac{q}{9\pi\varepsilon_o L^2}.$$

Подставим численные значения

$$E = \frac{1\times10^{-9}\,Кл}{9\times3{,}14\times8{,}85\times10^{-12}\frac{Ф}{м}\cdot(0{,}2\,м)^2} = 100\frac{В}{м}.$$

9. Магнитное поле. Электромагнитная индукция

Сделать рисунок, показать нанем заряды и проводники с током, направление магнитных полей, а также направление магнитного поля Земли, если это требуется по условию задачи. При этом следует помнить, что за направление тока принимается направление движения положительных зарядов. Показать на рисунке направление всех сил, действующих на заряды или проводники с током, при наличии нескольких полей и сил различной природы использовать принцип суперпозиции. В случае равновесия системы зарядов или проводников с током использовать для каждого из них общие условия равновесия ($\sum F_i = 0$, $\sum M_i = 0$).

При расчете электродвижущей силы индукции и самоиндукции использовать закон электромагнитной индукции (закон Фарадея) и правило Ленца. При этом следует помнить, что изменение магнитного потока через поверхность, ограниченную проводящим контуром, будет определяться как изменением индукции магнитного поля (изменением силы тока в контуре) или формы контура, так и движением контура проводника) в магнитном поле. При расчете перемещений, скоростей, ускорений и масс электрических зарядов (проводников с током) использовать формулы кинематики, второй закон Ньютона и закон сохранения энергии.

10. Колебания и волны

При решении задач на тему «Механические колебания и волны» рекомендуется записать заданное в задаче уравнение и уравнение гармонических колебаний в общем виде, сопоставить эти уравнения и определить основные характеристики (смещение, амплитуду, период, частоту, фазу) в соответствии с условием задачи. Скорость и ускорение материальной точки при гармонических колебаниях, а также максимальное значение этих величин, определить из уравнения гармонических колебаний, параметры которого соответствуют данным задачи. Период гармонических колебаний в разных ситуациях определять по формуле $T = 2\pi/\omega$, где ω — циклическая частота колебаний.
Например, для пружинного маятника с массой m и коэффициентом упругости k, период будет равен

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

При этом следует учесть, что модуль ускорения колеблющейся точки a = m x, где x — смещение точки из положения равновесия. Определить ускорение с помощью второго закона Ньютона, найти коэффициент k, а затем и период колебаний. Пользоваться законом сохранения и превращения энергии в задачах о математическом и пружинных маятниках. При решении задач на тему «Электромагнитные колебания и волны» необходимо: При рассмотрении процессов, происходящих в колебательном контуре, использовать закон сохранения и превращения энергии, а также общий подход, применяемый при решении задач на гармонические колебания. Учесть, что переменный ток — это вынужденные электрические колебания, для которых применимы те же характеристики, что и для механических колебаний. Помнить, что электромагнитные волны распространяются в вакууме со скоростью света с == 3 • 10^8м/с, а в среде — со скоростью v = с/п, где п — показатель преломления среды.

11. Оптика

При решении задач по геометрической оптике рекомендуется нарисовать ход лучей в оптической системе (желательно с помощью линейки), показать при этом различными линиями лучи, которые образуют действительные изображения; и продолжения лучей, которые образуют мнимые изображения. Записать формулы, выражающие законы геометрической оптики, а также соотношения, которые следуют из геометрических построений. Провести алгебраические преобразования, решить полученную систему уравнений и найти искомую величину. При решении задач по волновой оптике нужно определить оптическую разность хода между интерферирующими лучами, записать условия максимумов и минимумов интенсивности в интерференционной картине, определить искомые величины из этих соотношений. Записать условия главных максимумов для дифракции на дифракционной решетке, дополнить их необходимыми геометрическими соотношениями и определить искомые величины. При этом следует учитывать, что дифракционная картина симметрична относительно центрального максимума.

Задача №1

Предположим, вы беседуете с сидящим напротив человеком, который носит очки. Определите визуально, каким дефектом зрения (близорукость, дальнозоркость) он обладает?

Решение

а) Близорукие носят рассеивающие очки, которые уменьшают оптическую силу глаза. Поэтому глаз с рассеивающей линзой будет казаться уменьшенным.

б) Для дальнозорких делают собирающие очки, и глаз за собирающей линзой кажется увеличенным.

Однако если дефект зрения маленький, то этот метод может не дать результата. Поэтому лучше обратить внимание на то, куда сдвигается видимый край лица за очками по отношению к соседним частям лица.

Если внутрь, то человек носит рассеивающие линзы, т.е. обладает близорукостью.

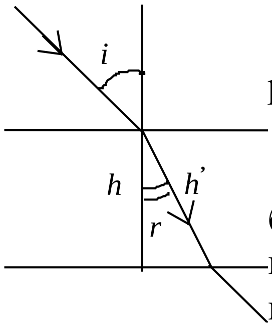
Если наружу, то собирающие линзы, т.е. обладает дальнозоркостью.

Задача №2

На пути луча рис.1, идущего в воздухе, поставили стеклянную пластинку толщиной h=1 мм. Насколько изменится оптическая длина пути луча, если луч будет падать на пластинку ($n_{ст}$ =1,5): 1) нормально; 2) под углом 30°.

Решение

В первом случае луч на границе воздух-стекло не преломляется и проходит в стекле путь, равный h. Когда луч шел в воздухе, его оптический путь L был равен его геометрическому пути L_1, так как показатель преломления воздуха n = 1. Стеклянная пластина изменяет оптическую длину пути, которая теперь складывается из геометрической длины пути (L_1–h) луча в воздухе и оптической длины пути nh в пластинке.



$$L_2=(L_1-h)+nh = L_1 + h\,(n-1).$$

Изменение оптической длины пути будет равно

$$\Delta L = L_2 - L_1 = L_1 + h\,(n-1) - L_1 = h\,(n-1)\ .$$

$$\Delta L = 1\cdot(1{,}5-1)=0{,}5\ (\text{мм}).$$

Во втором случае луч, падая на пластинку, будет преломляться, то есть проходить в пластинке путь $h'\neq h$, который найдем, пользуясь законом преломления

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n, \quad \sin r = \frac{\sin 30^\circ}{n} = \frac{1}{3}.$$

$$h' = \frac{h}{\cos r} = \frac{3}{2\sqrt{2}}.$$

$$\Delta L = h'(n-1) = \frac{3}{2\sqrt{2}}\cdot 0{,}5 = 0{,}46\ (\text{мм}).$$

Ответ: 1) ΔL=0,5 мм, 2) ΔL=0,46 мм.

12. Квантовая физика

Учитывать связь между волновыми и квантовыми характеристиками частиц. Применять законы сохранения энергии и импульса при рассмотрении взаимодействия фотонов с другими частицами (например, с электронами). Учитывать, что на основании положений квантовой физики радиус орбиты электрона, энергия атома, а также энергия поглощенного и излученного кванта света имеют только дискретные значения. Помнить, что при любых ядерных реакциях выполняются законы сохранения энергии, импульса, заряда, а также закон взаимосвязи массы и энергии.

Качественные задачи с решениями

1. Какое значение имеет для организма выделение пота?

Solution:

Выделение пота и испарение его предохраняет организм от перегрева.

2. Куда расходуется кинетическая энергия движущегося вагона при остановке?

Solution:

Кинетическая энергия движущегося вагона при остановке переходит в работу против силы трения, т.е. в тепловую энергию.

3. При критической температуре удельная теплота парообразования всякой жидкости равна нулю, почему?

Solution:

Потому что нет различия между жидкостью и её паром.

4. Куда отклонится пламя свечи в фонаре, находящемся на карусели?

Solution:

К оси вращения, так как пламя обладает меньшей плотностью чем воздух.

5. Как стала бы двигаться Луна, если бы исчезла тяготение между Луной и Землей? Если бы прекратилось движение Луны по орбите?

Solution:
1-Стала бы удаляться от Земли по касательной к траектории. 2- Стала бы падать на Землю.
6. Почему у гоночных велосипедов низко опущен руль?
Solution:
Низко опущен руль обеспечивает согнутое положение гонщика, что значительно уменьшает сопротивление встречного потока воздуха.

Задачи различного уровня сложности

1. Частица соскальзывает с нулевой начальной скоростью с вершины гладкой полусферы радиусом R. Каково значение высоты h, на которой частица оторвется от сферы?
*Ответ:*2R/3
2. Расстояние между двумя станциями 15 км. Первую половину этого расстояния поезд проходит равноускоренно, а вторую – равнозамедленно. Максимальная скорость поезда 50 км/ч. Найдите время движения поезда между станциями.
*Ответ:*18 мин;
3. Если при торможении автомобиль, двигаясь равноускоренно, проходит за пятую секунду 5 м и останавливается, то за третью секунду, этого движения он прошел путь, равный:
*Ответ:*25 м;
4. За какое время нужно остановить автомобиль, движущийся со скоростью 72 км/ч, если при быстром торможении ускорение равно –5 м/с2. Каков при этом тормозной путь?
*Ответ:*4с, 40 м;
5. Чему равен модуль ускорения автомобиля массой 1 т при торможении на горизонтальной поверхности, если коэффициент трения об асфальт равен 0,4? Сопротивлением воздуха пренебречь.
Ответ:$4 м/с^2$
6. Железнодорожный вагон массой 3 т, движущийся со скоростью v, сталкивается с вагоном массой 1 т, движущимся на встречу со скоростью v, и сцепляется с ним. Скорость вагонов после столкновения равна:
Ответ: 1/2v
7. Какую работу нужно совершить, чтобы по наклонной плоскости с углом наклона 30° втащить груз массой 400 кг на высоту 2 м при коэффициенте трения 0,3?
*Ответ:*12кДж
8. Длину нити маятника увеличили в 4 раза, а амплитуду колебаний уменьшили в 2 раза. Как измениться период колебаний маятника?
4) *Ответ:* увеличится в 2 раза
9. Мяч бросили с начальной скоростью 20м/с под углом 60 горизонту. Скорость мяча будет направлена под углом 45 горизонту на высоте h , равной
*Ответ:*10 м

10. Какую работу нужно совершить, чтобы по наклонной плоскости с углом наклона 30° втащить груз массой 400 кг на высоту 2 м при коэффициенте трения 0,3?

*Ответ:*12,2 кДж

11. Ускорение свободного падения на поверхности Луны 1,6 м/с^2. Какой длины должен быть математический маятник, чтобы период его колебаний на Луне был равен 1 с?

*Ответ:*4,1 см

12. В электронно-лучевой трубке поток электронов ускоряется между катодом и анодом с разностью потенциалов 1кВ, а затем пролетает между двумя вертикально отклоняющими пластинами конденсатора. Напряжение электрического поля между ними 20кВ/м, а длина этих пластин 4см. Найти вертикальное смещение луча на выходе из пространства между пластинами.

1) 6мм 2) 8мм 3) 4мм 4) 10мм

Ответ:2

13. При электролизе раствора серной кислоты расходуется мощность тока 37 Вт. Найти сопротивление электролита, если за время 50мин на электроде выделилось 0.3г водорода. Молярная масса водорода 0,002кг/моль, его валентность равна 2. Число Фарадея $9.6*10^4\ {}^{Кл}\!/_{моль}$.

1) 0,2 Ом 2) 2,8 Ом 3) 0,4 Ом 4) 1,2 Ом

Ответ:3

14. Молния состоит из отдельных прерывистых разрядов, длящихся 1мс. В каждом разряде по каналу молнии проходит заряд 25Кл при напряжении на концах канала 3ГВ. Какая энергия выделится при вспышке молнии, состоящей из 8 прерывистых разрядов? Чему равна сила тока в канале молнии и её мощность?

1) $I = 0,2*10^5\,A,\ P = 6*10^{14}\,Вт.$

2) $I = 2*10^5\,A,\ P = 0,6*10^{14}\,Вт.$

3) $I = 2*10^5\,A,\ P = 6*10^{14}\,Вт.$

4) $I = 1*10^5\,A,\ P = 6*10^{14}\,Вт.$

Ответ:3

15 Шарик скатывается по внутренней стенке сферической чашке. Чем создаётся необходимое для такого вращательного движения ускорение?

1) реакцией стенки чашки 2) силой тяжести

3) реакцией стенки чашки и силой тяжести 4) нет ответа

Ответ:3